|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Numer ćwiczenia** | **-** | **Tytuł ćwiczenia:**  **Optymalizacja sterowania 2-osiowym robotem SCARA** | |
| **Data wykonania ćwiczenia:** | | 03-05.2022 | **Imię, nazwisko i numer albumu:** |
| **Data oddania sprawozdania:** | | 06.06.2022 | 1) Mateusz Głuch 305744 2) Kamil Głoski 3) Olgierd Duda |
| **Nr grupy lab./ /Kierunek:** | | **1a/ISS/AiR** |

#### **Spis treści**

##### [1. Cel ćwiczenia 2](#__RefHeading___Toc1340_3806494507)

##### [2. Wstęp 2](#__RefHeading___Toc2064_3806494507)

##### [3. Modelowanie systemu 2](#__RefHeading___Toc1342_3806494507)

##### [4. Kinematyka prosta i odwrotna 3](#__RefHeading___Toc1336_3806494507)

[4.1. Równania kinematyki prostej 3](#__RefHeading___Toc1344_3806494507)

[4.2. Równania kinematyki odwrotnej 3](#__RefHeading___Toc1388_3806494507)

##### [5. Sterowanie czasooptymalne 3](#__RefHeading___Toc1334_3806494507)

[5.1. Idea regulatora czasooptymalnego – założenia 3](#__RefHeading___Toc1378_3806494507)

[5.2. Funkcja kosztu 3](#__RefHeading___Toc1376_3806494507)

[5.3. Hamiltonian i równania sprzężone 4](#__RefHeading___Toc1374_3806494507)

[5.4. Sterowanie bang-bang i jego konsekwencje 4](#__RefHeading___Toc1372_3806494507)

[5.5. Metodyka rozwiązywania numerycznego zadania optymalizacji 5](#__RefHeading___Toc1370_3806494507)

[5.6. Algorytm porządkowania czasów przełączeń 5](#__RefHeading___Toc1368_3806494507)

[5.7. Wyniki i analiza rezultatów – dla różnych rozdzielczości rozwiązania 5](#__RefHeading___Toc1366_3806494507)

[5.8. Obszary osiągalne 5](#__RefHeading___Toc1364_3806494507)

##### [6. Sterowanie z optymalizacją kwadratowej funkcji kosztu 5](#__RefHeading___Toc1332_3806494507)

[6.1. Idea regulatora z kwadratową funkcją kosztu 5](#__RefHeading___Toc1362_3806494507)

[6.2. Funkcja kosztu 5](#__RefHeading___Toc1360_3806494507)

[6.3. Hamiltonian i równania sprzężone – modyfikacja 5](#__RefHeading___Toc1358_3806494507)

[6.4. Gradient hamiltonianu 5](#__RefHeading___Toc1356_3806494507)

[6.5. Metodyka rozwiązania równań różniczkowych 5](#__RefHeading___Toc1354_3806494507)

[6.6. Analiza rozwiązania zadania w zależności od wag f-cji kosztu 5](#__RefHeading___Toc1352_3806494507)

[6.7. Analiza rozwiązania zadania w zależności od zadanego czasu symulacji 5](#__RefHeading___Toc1350_3806494507)

[6.8. Analiza rozwiązania zadania w zależności od rozdzielczości solvera 5](#__RefHeading___Toc1348_3806494507)

[6.9. Wyniki dla różnych trajektorii dla zadania podążania za trajektorią 5](#__RefHeading___Toc1346_3806494507)

##### [7. Sterowanie predykcyjne – Model Predictive Control 5](#__RefHeading___Toc1330_3806494507)

[7.1. Idea regulacji predykcyjnej o skończonym horyzoncie 5](#__RefHeading___Toc1386_3806494507)

[7.2. Warianty regulacji predykcyjnej 5](#__RefHeading___Toc1384_3806494507)

[7.3. Implementacja MPC ze sterowaniem optymalnym 5](#__RefHeading___Toc1382_3806494507)

[7.4. Analiza jakościowa regulacji MPC – horyzont i krok predykcji 5](#__RefHeading___Toc1380_3806494507)

##### [8. Wnioski 5](#__RefHeading___Toc1328_3806494507)

#### Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zaprojektowanie oprogramowania pozwalającego na wyznaczenie sterowania optymalnego (tj. minimalizującego zadaną funkcję kosztu) dla modelu matematycznego 2-osiowego robota SCARA. Regulator ten został rozpatrzony w wariancie czasooptymalnym oraz w wariancie z kwadratową funkcją kosztu. Następnie został zaprojektowany regulator Model Predictive Control, pozwalający zarówno na skrócenie czasu obliczeń poprzez zastosowanie skończonego horyzontu, ale także na zastosowanie sprzężenia zwrotnego od stanu obiektu.

#### Wstęp

#### Modelowanie systemu

Robot 2-osiowy SCARA został zamodelowany jako obiekt nieliniowy z dwoma sterowaniami (ze względu na ruchliwość mechanizmu robota równą 2). Przy modelowaniu uwzględniono zarówno niezerową masę członów robota, jak i nieliniowy model tarcia.

Równanie ruchu manipulatora ma postać:

Oznaczenia:

Macierz odwrotna do macierzy momentów bezwładności została oznaczona symbolem i jest równa:

W modelu manipulatora został zastosowany przybliżony, ciągły model tarcia:

Poprzez oznaczenie pozostałych zmiennych stanu jako , można zapisać równania stanu manipulatora w postaci jednorodnej względem sterowania:

Gdzie:

Parametry manipulatora ustawiono zgodnie z poniższą tabelą:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Numer członu | I [kg\*m2] | m[kg] | d[m] | xci[m] | yci[m] | si[Nm] | f**i**[W-1] | umin[Nm] | umax[Nm] |
| 1 | 1.00 | 10.0 | 1.00 | 0.50 | 0.00 | 0.10 | 0.01 | -1.00 | 1.00 |
| 2 | 1.00 | 5.0 | 0.70 | 0.35 | 0.00 | 0.10 | 0.01 | -1.00 | 1.00 |

#### Kinematyka prosta i odwrotna

##### Równania kinematyki prostej

Robot SCARA porusza się po przestrzeni roboczej odnosząc się do położeń swoich przegubów, wyrażonych jako odpowiednie kąty obrotu (Rys. 4.1). Aby możliwe było wyznaczenie położenia robota w przestrzeni kartezjańskiej , konieczne jest rozwiązanie tzw. zadania prostego kinematyki robota, czyli przekształcenia współrzędnych kątowych na kartezjańskie. Dla 2-osiowego płaskiego robota o konfiguracji SCARA równania kinematyki prostej przedstawiają się następująco (poprzez macierze rotacji):

Oznaczenia:

- położenie kątowe przegubu 1

- położenie kątowe przegubu 2

Macierz rotacji przegubu 1:

Macierz rotacji przegubu 2:

Równania kinematyki prostej:

##### Równania kinematyki odwrotnej

Aby możliwe było przekształcenie zadanej trajektorii w postaci parametrycznej , konieczne jest rozwiązanie tzw. zadania odwrotnego kinematyki, tj. przekształcenie współrzędnych kartezjańskich na położenia kątowe odpowiednich przegubów robota. Dodatkowym problemem jest fakt, że o ile równania kinematyki prostej robota mają zawsze dokładnie jedno rozwiązanie (dla każdego położenia kątowego robota istnieje dokłanie jeden punkt i orientacja, w której robot się znajduje), o tyle równania kinematyki odwrotnej na ogół mają kilka rozwiązań – konfiguracji robota. W tym przypadku mamy do czynienia z dwoma konfiguracjami – „above” i „below” (zob. rys. 4.2). Równania kinematyki odwrotnej przedstawione są poniżej:

Gdzie zmienne wyrażone są za pomocą:

#### Sterowanie czasooptymalne

##### Idea regulatora czasooptymalnego – założenia

##### Funkcja kosztu

Funkcja kosztu w algorytmie czasooptymalnym została dobrana w ten sposób, aby gwarantować zarówno optymalizację pod kątem czasu sterowania, ale także pod kątem osiągnięcia założonego celu; tj. stan w chwili końcowej symulacji musi odpowiadać stanowi referencyjnemu. Funkcja kosztu przedstawia się w następujący sposób:

Gdzie:

W – macierz wag związana ze stanem układu ()

T – czas symulacji

x(T) – stan obiektu w chwili końcowej

xf – założony stan obiektu w chwili końcowej

##### Hamiltonian i równania sprzężone

Hamiltonian dla tego przypadku jest wyrażony wzorem:

Gdzie funkcje f, g1 i g2 są wyrażone jak w punkcie 3.

Równania sprzężone mają postać:

Gdzie pochodna hamiltonianu względem stanu obiektu przybiera postać:

Gdzie poszczególne współczynniki macierzy:

##### Sterowanie bang-bang i jego konsekwencje

W związku z tym, że celem sterowania jest osiągnięcie minimalnego czasu sterowania układu, można się spodziewać, że sterowanie optymalne będzie przybierało wartości z dyskretnego zbioru

Oznacza to, że mimo osiągnięcia przez hamiltonian swojego maksimum (zgodnie z zasadą maksimum Pontriagina), pochodna hamiltonianu względem sterowań nie będzie równa 0 – przyjmie ona następujące wartości:

Ze względu na powyższy fakt, zasadnym jest nazwanie funkcji funkcjami przełączającymi, ponieważ zachodzą poniższe zależności (rzecz jasna, **jedynie dla pewnego szczególnego przypadku**, natomiast jest to wygodny sposób na przedstawienie „funkcji przełączającej” w wygodny sposób – poprzez funkcję signum):

##### Metodyka rozwiązywania numerycznego zadania optymalizacji

Zadanie optymalizacji jest rozwiązywane numerycznie – ze względu na to, że trajektorię stanu złożonego, nieliniowego modelu można w rozsądny sposób otrzymać jedynie jako rezultat zastosowania metod numerycznych.

Do rozwiązania równań stanu, jak i równań różniczkowych zastosowano metodę Rungego-Kutty 4-go rzędu, opisaną w następujący sposób: jeśli równanie różniczkowe ma postać oraz równanie różniczkowe rozwiązywane jest z krokiem h, to kolejne wartości zmiennych stanu równania różniczkowego wyrażają się poprzez równania:

Gdzie k1, k2, k3, k4 są wyrażone poprzez:

Do przeprowadzenia odpowiedniego algorytmu optymalizacyjnego konieczne jest także zdefiniowanie odpowiednich gradientów ze względu na czasy przełączeń . Gradient ten wyraża się poprzez:

Algorytm obliczania kolejnych sterowań odbywa się wg następującego schematu:

* rozwiązanie równań stanu dla obecnego sterowania ( ),
* obliczenie końcowych wartości zmiennych sprzężonych ( ),
* rozwiązanie równań sprzężonych (uwaga: równania sprzężone rozwiązuje się z czasem do tyłu),

##### Algorytm porządkowania czasów przełączeń

##### Wyniki i analiza rezultatów – dla różnych rozdzielczości rozwiązania

##### Obszary osiągalne

#### Sterowanie z optymalizacją kwadratowej funkcji kosztu

##### Idea regulatora z kwadratową funkcją kosztu

##### Funkcja kosztu

##### Hamiltonian i równania sprzężone – modyfikacja

##### Gradient hamiltonianu

##### Metodyka rozwiązania równań różniczkowych

##### Analiza rozwiązania zadania w zależności od wag f-cji kosztu

##### Analiza rozwiązania zadania w zależności od zadanego czasu symulacji

##### Analiza rozwiązania zadania w zależności od rozdzielczości solvera

##### Wyniki dla różnych trajektorii dla zadania podążania za trajektorią

#### Sterowanie predykcyjne – Model Predictive Control

##### Idea regulacji predykcyjnej o skończonym horyzoncie

##### Warianty regulacji predykcyjnej

##### Implementacja MPC ze sterowaniem optymalnym

##### Analiza jakościowa regulacji MPC – horyzont i krok predykcji

#### Wnioski